Краткие сообщения ОИЯИ № 6[45]-90 *JINR Rapid Communications No.6[45]-90*
УДК 539.142.3

СПЕКТР ИЗОСКАЛЯРНЫХ КОЛЛЕКТИВНЫХ МОД ЯДРА В МОДЕЛИ УПРУГОГО ФЕРМИ-СФЕРОИДА

С.И.Баструков[1] , М.Л.Бобрышев[1] , В.В.Гудков[1] , А.И.Редькин[1] , Ф.Деак[2] , А.В.Сушков

Изучается динамика формирования изоскалярных коллективных возбуждений ядра в модели упругого сфероида, параметры эластичности которого микроскопически определяются в ферми-газовом приближении. Полученные оценки энергий волн упругих деформаций сравниваются с экспериментальными данными для электрических и магнитных изоскалярных резонансов и сопоставляются с расчетами, выполненными ранее в аналогичной модели, где рассматривался менее широкий класс решений уравнения Ламэ, в основном, с феноменологически подобранными параметрами.

Работа выполнена в Лаборатории теоретический физики ОИЯИ и на кафедре теоретической и ядерной физики Саратовского государственного университета.

Nuclear Spectrum of Isoscalar Collective Modes in Elastic Fermi-Spheroid Model

S.I.Bastrukov[1] , M.L.Bobryshev[1] , V.V.Gudkov[1] , A.I.Red'kin[1] , F.Deak[2] , A.V.Sushkov

The formation of nuclear isoscalar collective excitations is studied in the elastic spheroid model with the nuclear elasticity parameters calculated in the Fermi-gas approximation. The comparison of theoretical and experimental energies of the electric and the magnetic resonances is presented. We also compare our results with previously performed analogous calculations where restricted class of solutions of the Lame equation has been considered and elasticity parameters have been phenomenologically adjusted.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR and at the Department of Theoretical and Nuclear Physics, Saratov State University.

---

[1] *Университет им. Н.Г.Чернышевского, Саратов*
[2] *Университет Р.Этвеша, Будапешт*

Интенсивно проводимые в последние годы исследования коллективных ядерных движений методами механики континуума убедительно доказывают, что макроскопические свойства ядра наиболее заметно проявляются в динамике формирования высоколежащих гигантских возбуждений. Подтверждением тому служит точное воспроизведение экспериментальной систематики центроидов энергий гигантских резонансов в зависимости от массового числа, выражаемой $A^{-1/3}$-законом. В большинстве работ по макроскопической ядерной динамике анализ резонансных возбуждений строится исходя из представлений о ядре либо как о жидкой капле, либо как об упругом сфероиде, равновесные параметры которых удается вычислить микроскопически. При сравнении указанных макротеорий обращает на себя внимание их расхождение в оценках относительной роли внутренней энергии кинетического ферми-движения и потенциального взаимодействия при вычислении энергии изоскалярных резонансов, а также в предположениях о векторной природе возбуждаемых полей скоростей и смещений.

В работах /1-6/, где ядерная динамика моделировалась гармоническими колебаниями упругого шара, параметр деформации расширения изотропной ядерной среды λ, связанный линейно с адиабатическим коэффициентом сжимаемости К, либо задавался феноменологически, либо вычислялся микроскопически с силами Скирма. Однако приводимые в литературе значения последнего обладают слишком большой неопределенностью (К = 180-540 МэВ), которая напрямую отражается в рассчитываемых значениях энергий (электрических) резонансов и затрудняет понимание того, какой из физических факторов доминирует в процессе формирования гигантских состояний. В этой связи представляется целесообразным рассмотреть такой вариант модели упругого сфероида, где все параметры упругости ядра определялись бы только кинетической энергией одночастичного ферми-движения в основном состоянии, т.е. на основе ферми-газовой кинетической картины, описываемой уравнением Ландау — Власова. С такой точки зрения будет выглядеть более последовательным сравнение модели упругого ферми-сфероида с гидродинамической моделью ферми-капли, поскольку последняя была построена на перечисленных выше микроскопических основаниях, а полученные в ее рамках беспараметрические оценки энергии точно воспроизводят экспериментально установленную систематику для изоскалярных резонансов по всей периодической таблице /7-9/.

В настоящей работе главное внимание мы концентрируем на вопросе: как сильно зависит коллективный спектр от конкретного вида возбуждаемых деформационных полей смещений, являющихся решениями уравнения Ламэ для упругого шара со свободной границей?

В проводимых ниже построениях сферическое ядро радиуса $R_0 = r_0 A^{-1/3}$, со спином ноль в основном состоянии микроскопически идеализируется вырожденной (по спину и изоспину, т.е. изоскалярной) ферми-газовой системой. Число квазичастиц полагается равным массовому числу ядра A, масса квазичастицы — массе свободного нуклона m. Тогда равновесные плотность ρ_0 и давление P_0 вычисляются, фактически, без параметров

$$\rho_0 = \frac{3m}{4\pi r_0^3}, \quad P_0 = \frac{\rho_0 v_F^2}{5} \quad \text{и} \quad v_F = \frac{h}{m r_0}\left[\frac{9\pi}{8}\right]^{1/3}, \tag{1}$$

где v_F — граничная скорость ферми-движения.

Очевидно, что столь упрощенные представления могут быть оправданы при энергиях возбуждений, где ядро практически забывает об оболочечных структурных особенностях одночастичного движения в основном состоянии и остаточном взаимодействии, приводящем к спариванию. Отмеченные микроскопические свойства внутриядерного движения, как известно, отчетливо проявляются в низкоэнергетической (до 3-4 МэВ) области коллективного спектра, поэтому рассматриваемая нами модель при низких энергиях заведомо не применима.

Для решения поставленной задачи рассмотрим линеаризованную форму уравнений 13-моментного приближения макроскопической ядерной динамики, которые имеют вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0, \tag{2}$$

$$\rho_0 \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} = 0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} + P_0 \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right) = 0, \tag{4}$$

где $\rho(\vec{r}, t)$, $u_i(\vec{r}, t)$, $\sigma_{ij}(\vec{r}, t)$ — малые отклонения плотности, средней скорости возбуждаемого потока и тензора внутренних напряжений; ρ_0, $\vec{u}_0 = 0$, $P_{ij} = P_0 \delta_{ij}$ — их равновесные значения.

Уравнения (2)-(4) легко могут быть приведены к виду классического уравнения динамики упругого континуума, если положить, что средняя скорость возбуждаемого потока $\vec{u}(\vec{r}, t)$ связана с полем смещений $\vec{S}(\vec{r}, t)$ — основной динамической переменной теории упругости — соотношением

$$\vec{u}(\vec{r}, t) = \frac{\partial \vec{S}(\vec{r}, t)}{\partial t}. \qquad (5)$$

Подставляя (5) в (4) и затем в (3), получаем уравнение

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \vec{S}}{\partial t^2} = 2P_0 \,\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\vec{S} + P_0 \Delta \vec{S}, \qquad (6)$$

которое будет точно совпадать с уравнением Ламэ для упругих колебаний изотропной среды /10/

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \vec{S}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu)\,\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\vec{S} + \mu \Delta \vec{S}, \qquad (7)$$

если принять, что коэффициент деформации расширения λ и коэффициент деформации сдвига и кручения μ (параметры Ламэ) равны между собой и определяются свободным одночастичным ферми-движением нуклонов в основном состоянии, т.е. $\lambda = \mu = P_0$.

Именно по той причине, что при вычислении параметров упругости ядра игнорируются эффекты оболочечной структуры среднего поля, а также макроскопической потенциальной энергии, часто вычисляемой на основе нуклон-нуклонных сил Скирма или Мигдала, но учитывается квантовый характер одночастичного движения по орбитам, допускаемым принципом Паули, всюду ниже будем говорить о ядре как об изотропном, упругом фермисфероиде.

Для нахождения собственных частот эластичных гармонических колебаний временную зависимость полей смещения следует учесть множителем $e^{i\omega t}$. Поэтому уравнение (7) перепишем в виде

$$\rho_0 \omega^2 \vec{S} + (\lambda + \mu)\,\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\vec{S} + \Delta \vec{S} = 0 \qquad (8)$$

и дополним условием отсутствия напряжений, нормальных к границе,

$$\vec{n}\tilde{\sigma}|_s = 0, \qquad (9)$$

где $\vec{n}$ — вектор внешней нормали к поверхности ядра, $\tilde{\sigma}$ — тензор напряжений σ_{ij} в безындексной записи.

В теории упругих колебаний сплошной изотропной среды рассматриваются три вида гармонических деформаций: расширеия (сжатия), сдвига и кручения[10]. Первые два описываются стинно векторными полями смещений, поэтому в данной модели м будут соответствовать возбуждения электрического типа. Магитные возбуждения связаны с движениями среды, которые задаются псевдовекторным полем смещений.

1. Для деформации расширения (сжатия) векторное поле мещений $\vec{S}_1(\vec{r}, t)$ в сжимаемой изотропной среде имеет ненулевую асходимость и является потенциальным

$$S_1^{el}(\vec{r}, t) = \mathrm{grad}\, j_n(k_1 r) P_n(\cos\theta), \tag{10}$$

де $j_n(z)$ — сферическая функция Бесселя, $P_n(\cos\theta)$ — функция Іежандра. Оно описывает продольные волновые движения с волновым числом $k_1 = \omega/c_1$ и фазовой скоростью

$$c_1 = \left(\frac{\lambda + 2\mu}{\rho_0}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{3}{5}}\, v_F. \tag{11}$$

раничное условие (9) приводит к дисперсионному уравнению ида

$$(2n(n-1) - 3z^2)j_n(z) + 4zj_{n+1}(z) = 0. \tag{12}$$

Іопустимые частоты даются выражением

$$\omega_{\lambda,m} = k_1(\lambda, m)c_1 = \sqrt{\frac{3}{5}}\, \frac{v_F}{R_0}\, z_{\lambda,m}. \tag{13}$$

Здесь и ниже каждое значение $z = kR_0$ нумеруется порядковым юмером мультипольного разложения $n = \lambda$. Индексом m отмеіается номер корня дисперсионного уравнения при заданной иультипольности λ и $z_{\lambda,m} = k(\lambda, m)R_0$.

2. Сферические волны сдвига характеризуются волновым ислом $k_t = \omega/c_t$ и распространяются со скоростью

$$c_t = \left(\frac{\mu}{\rho_0}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{1}{5}}\, v_F. \tag{14}$$

Чисто сдвиговые деформации задаются полоидальным (определения тороидального и полоидального вихревых полей см. в[11]) полем

$$\vec{S}_2^{el}(r, t) = \mathrm{rot\,rot}\,\vec{r}\, j_n(k_t r) P_n(\cos\theta). \tag{15}$$

Дисперсионное уравнение для определения частот поперечных волн сдвига имеет вид

$$2z\frac{j_{n+1}(z)}{j_n(z)} = z^2 - 2(n^2 - 1). \tag{16}$$

Сами же частоты этих колебаний даются выражением

$$\omega_{\lambda,m} = k_t(\lambda, m)c_t = \sqrt{\frac{1}{5}}\ \frac{v_F}{R_0}\ z_{\lambda,m}. \tag{17}$$

3. Поскольку уравнение (8) является линейным, то в возможный класс движений, отвечающих возбуждениям электрического типа, могут входить решения, представляемые как суперпозиция деформаций расширения и сдвига $\vec{S}_3 = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$, т.е.

$$\begin{aligned} \vec{S}_3^{el}(\vec{r}, t) &= A_n \operatorname{grad} j_n(k_l r)P_n(\cos\theta) + \\ &+ B_n \operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{r}\, j_n(k_t r)\, P_n(\cos\theta). \end{aligned} \tag{18}$$

Дисперсионное уравнение для решения (18) представляется в виде

$$\begin{aligned} &\{[2(n^2-1) - x^2]\, j_n(x) + 2x j_{n+1}(x)\}\ \{[2n(n-1)^2 - 3z^2]\, j_n(z) + 4z j_{n+1}(z)\} - \\ &- \{2n(n+1)[(n-1)j_n(x) - j_{n+1}(x)]\}\ \{2(n-1)j_n(z) - 2(z)j_{n+1}(z)\} = 0, \end{aligned} \tag{19}$$

где $x^2 = 3z^2$. Частоты вычисляются по формуле (13).

4. Когда среда предполагается несжимаемой, вместо (18) предыдущий случай описывается полем вида

$$\vec{S}_4^{el}(\vec{r}, t) = A_n \operatorname{grad} r^n P_n(\cos\theta) + B_n \operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{r}\, j_n(k_t r)P_n(\cos\theta). \tag{20}$$

Соответствующее ему дисперсионное уравнение записывается в форме

$$2(n+2)\, j_{n+1}(z) = z\, j_n(z). \tag{21}$$

Выражение для частоты дается формулой (17).

5. Состояния аномальной четности в данной модели формируются крутильными колебаниями, которые задаются тороидальным псевдовекторным полем

$$\vec{S}_5^{mag}(\vec{r}, t) = \operatorname{rot}\vec{r}\, j_n(k_t r)P_n(\cos\theta). \tag{22}$$

Граничное условие (9) приводит к дисперсионному уравнению для частот поперечных волн кручения

$$z\frac{dj_n(z)}{dz} = j_n(z). \tag{23}$$

Выражение для частот крутильных колебаний имеет вид (17). Энергии изоскалярных возбуждений рассчитываются по известной квантово-механической формуле

$$E(\lambda^{\pi}_{m}) = \hbar\,\omega_{\lambda,m}. \tag{24}$$

В численных расчетах были использованы выбираемые обычно значения констант: $\hbar$ = 197,32858 МэВ/с , m = 931,5016 МэВ/с^2 и r_0 = 1,16-1,25 фм. Сравнение наших оценок энергий с экспериментом приведено в таблицах 1 и 2. Меньшее значение энергии

Таблица 1. Теоретические и экспериментальные энергии гигантских электрических резонансов. Звездочкой помечены согласующиеся значения. Тип упругих деформаций отмечен индексом в обозначении энергий: 1 — только деформации расширения — сжатия; 2 — только деформации сдвига; 3 — суперпозиция движений 1 и 2; 4 — то же, что и 3, но для несжимаемого ферми-сфероида.

λ^{π}	$E_1 A^{1/3}$, МэВ	$E_2 A^{1/3}$, МэВ	$E_3 A^{1/3}$, МэВ	$E_4 A^{1/3}$, МэВ	$E_{эксп} A^{1/3}$, МэВ, гигант. резонансы
0^+	81-94*	нет	44-51	нет	73-82 /15/
1^-	130-151	71-82	60-69	46-53	?
2^+	41-47	55-64*	47-55	52-61	62-66 /15/
3^-	66-80	88-102*	69-81	58-68	100-120 /15/
4^+	96-111	121-141	88-103	64-74*	55-85 /16/
5^-	122-142	232-269	109-127	68-79	?

Таблица 2. Вычисленные и экспериментальные энергии магнитных резонансов

λ^{π}	$E_5\ A^{1/3}$, МэВ	$E_{эксп}A^{-1/3}$, МэВ гигант.резонансы
1^+	101-122	?
2^-	45-53	43-56 [12]
3^+	78-82	?
4^-	93-109	?

получено с r_0 = 1,25 фм, большее при r_0 = 1,16 фм, причем все теоретические значения относятся к нижайшим корням (m = 1) дисперсионных уравнений. Как видно из таблиц, спектр изоскалярных электрических возбуждений существенно зависит от векторной природы поля смещений. На оценки энергий также сильно влияет предположение о сжимаемости (или несжимаемости) ядерного континуума. Наиболее примечательный результат данной работы, по нашему мнению, состоит в том, что энергии гигантских квадрупольного и октупольного резонансов практически точно передаются моделью упругих колебаний несжимаемого ферми-сфероида, когда возбуждаемое поле смещений является чисто вихревым-полоидальным. Этот вывод является главным, что отличает наши расчеты от всех выполненных ранее аналогичных исследований, и совершенно расходится с выводом гидродинамической модели ферми-капли, где утверждается, что возбуждаемые коллективные потоки чисто потенциальны.

Обращает на себя внимание еще и то, что энергия дипольного возбуждения, также обусловленного полоидальными волнами сдвига, точно совпадает со сглаженным по всей периодической таблице экспериментальным фитом энергии дипольного гигантского резонанса, который общепринято трактовать как изовекторный. Однако данное предположение неадекватно отражает энергетические положения сильноколлективизированных гексадекапольных состояний. Для описания экспериментально наблюдаемой динамики формирования высокомультипольных изоскалярных гигантских мод, видимо, нельзя ограничиваться эволюцией тензора деформаций лишь второго ранга [12,13].

Магнитные состояния, во всех вариантах модели упругого сфероида, связываются с возбуждением тороидального поля крутильных колебаний. Судя по имеющимся экспериментальным энергиям и микроскопическому анализу, данному для 2^--резонанса в [14], этот механизм является правильным.

Авторы крайне признательны В.Ю.Пономареву, А.В.Тараканову и Е.Б.Бальбуцеву за обсуждение ряда вопросов, рассмотренных в данной работе, и значительную помощь в выполнении компьютерных расчетов.

Литература

1. Bertsch G.F. — Nucl.Phys., 1975, A249, p. 253.
2. Wong C.Y., Azziz N. — Phys.Rev., 1981, C24, p.2290.
3. Hasse R.W. et al. — Phys.Rev., 1981, C25, p.2771.
4. Семенко С.Ф. — ЯФ, 1981, 34, с.639.
5. Коломиец В.М. — В сб.: Материалы XVII Зимней школы ЛИЯФ, 1982, с.47.
6. Stringari S. — Ann.Phys., 1983, 151, p.35.
7. Nix J.R., Sierk A.J. — Phys.Rev., 1980, C21, p.396.
8. Di Toro M., Russo G. — Z.Phys.A, 1989, 331, p.381.
9. Bastrukov S.I. et al. — Preprint KFKI-1989-65/A.
10. Mors P.M., Feshbach H. — Methods of Theoretical Physics. McGraw-Hill. New York. V.2, 1953.
11. Chandrasekhar S. — Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability. Clarendon press. Oxford, 1961.
12. Balbutzev E.B., Mikhailov I.N. — J.Phys.G, 1989, 14, p.545.
13. Бальбуцев Е.В. и др. — ЯФ, 1989, 50, с.1264.
14. Ponomarev V.Yu. — J.Phys.G, 1984, 10, p.L177.
15. Bertrand F. — Nucl.Phys., 1981, A354, p.129.
16. Савицкий Г.А. и др. — В сб.: Вопросы атомной науки и техники. Серия: Общая и ядерная физка. 1986, 1, с.1.

Рукопись поступила 22 августа 1990 года.